



# Reminder...

- Διαλέξεις

- Προαιρετική παρουσία!

- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε

- Δεν υπάρχουν απουσίες

- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία

- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Isaac Newton: Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας»

# Φυσική για Μηχανικούς

Μηχανική

Οι Νόμοι της Κίνησης



Εικόνα: Isaac Newton: Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας»

# Φυσική για Μηχανικούς

Μηχανική

**Οι Νόμοι της Κίνησης**



# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Ως τώρα, μελετήσαμε κινήσεις σωματιδίων
  - Ορίσαμε θέση, μετατόπιση, ταχύτητες, επιταχύνσεις...
  - ...καθώς και **μοντέλα κίνησης** με τα οποία μπορούμε να περιγράψουμε πραγματικά φαινόμενα
    - Κίνηση υπό μηδενική ή μη-μηδενική, σταθερή, επιτάχυνση
  - Δεν μας ενδιέφερε η **αιτία** της κίνησης
- Καιρός να τη μελετήσουμε κι αυτή! 😊

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ○ Ερωτήματα

- Γιατί μεταβάλλεται η κίνηση ενός αντικειμένου;
- Τι προκαλεί την κίνηση ή την ακινησία του;
- Γιατί είναι πιο εύκολο να κινήσουμε ένα “μικρό” από ένα “μεγάλο” αντικείμενο;

## ○ «Κλειδιά» για τις απαντήσεις

- **Δύναμη (Force –  $F$ )** που ασκείται στο αντικείμενο
- **Μάζα (Mass –  $m$ )** του αντικειμένου

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ○ Δύναμη

- Καθημερινή εμπειρία
  - Πέταγμα μπάλας
  - Σπρώξιμο ντουλάπας
  - Τράβηγμα συρταριού
- Αλληλεπίδραση με αντικείμενα μέσω μυϊκής δράσης, με αποτέλεσμα την αλλαγή της κινητικής τους κατάστασης
- Δεν είναι όμως πάντα απαραίτητη η πρόκληση κίνησης
  - Βαριά μπάλα
  - Μεγάλη ντουλάπα
  - Κλειδωμένο συρτάρι

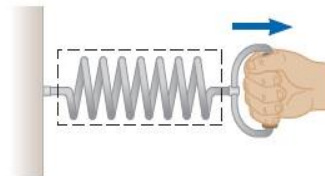
# Οι Νόμοι της Κίνησης

- “Οι Δυνάμεις είναι αυτές που αλλάζουν την ταχύτητα ενός σώματος”

(I. Newton)

- Δυο κατηγορίες δυνάμεων (κλασική θεώρηση)
  - Δυνάμεις Επαφής
  - Δυνάμεις Πεδίου

## Δυνάμεις Επαφής



a



b

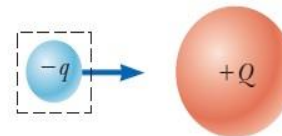


c

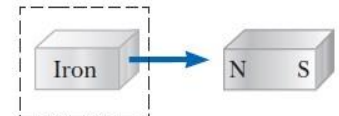
## Δυνάμεις Πεδίου



d



e

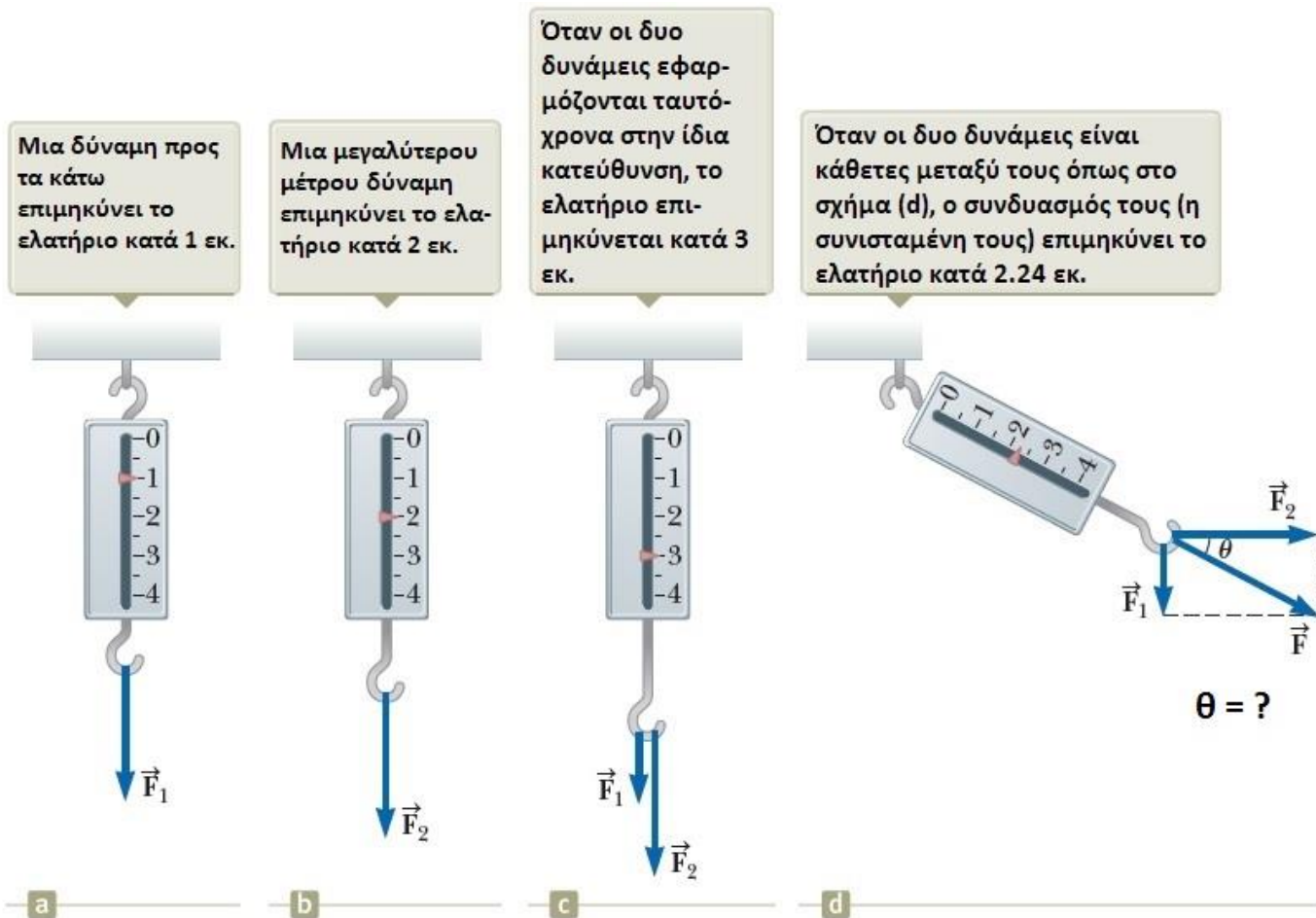


f



# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Η διανυσματική φύση της Δύναμης



# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ○ Συστήματα αναφοράς

- **Σύστημα αναφοράς** ονομάζουμε το φυσικό αντικείμενο στο οποίο προσαρτούμε το σύστημα συντεταγμένων μας (και το οποίο αντικείμενο θεωρούμε ότι δεν κινείται)
  - Π.χ. το έδαφος, όταν μετράμε την ταχύτητα ενός σώματος
- Αν ένα σώμα **δεν αλληλεπιδρά με άλλα σώματα**, μπορούμε να ορίσουμε ένα **σύστημα αναφοράς** στο οποίο το σώμα έχει **μηδενική επιτάχυνση: αδρανειακό σύστημα αναφοράς**
  - $\vec{a} = 0 \Rightarrow$  ακίνητο σώμα ή κινούμενο με σταθερή ταχύτητα
- **Όλα** τα συστήματα αναφοράς στο μάθημα θα (φροντίσουμε να) είναι αδρανειακά...
  - ...οπότε ΔΕ θα αναφερόμαστε σε αυτή τους την ιδιότητα

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ○ Πρώτος Νόμος του Newton

- Πάντα μπορούμε να βρούμε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς
  - ...και στη συνέχεια θα θεωρούμε κάθε σύστημα αναφοράς ως αδρανειακό, κι εκεί θα ισχύουν οι νόμοι που θα περιγράψουμε

### ○ Απουσία εξωτερικών δυνάμεων και παρουσία αδρανειακού συστήματος αναφοράς

- ένα σώμα σε ηρεμία παραμένει σε ηρεμία
- ένα σώμα υπό σταθερή ταχύτητα παραμένει υπό σταθερή ταχύτητα

### ○ Με άλλα λόγια

- Όταν δεν επιδρά καμιά δύναμη σε ένα σώμα, η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδενική

- Η τάση ενός σώματος να αντιδρά σε οποιαδήποτε μεταβολή της κινητικής του κατάστασης λέγεται **αδράνεια** (και η **μάζα** του αποτελεί «μέτρο» της αδράνειάς του)

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ○ Πρώτος Νόμος του Newton

- Όμως η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος
- Μπορούν να ασκούνται δυνάμεις επάνω σε ένα σώμα αλλά η συνολική δύναμη (ή **συνισταμένη**) να είναι μηδέν!

- Άρα μια πιο σωστή διατύπωση του 1<sup>ου</sup> νόμου του Newton θα είναι:

- **Αν η συνισταμένη (το διανυσματικό άθροισμα) των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδενική, η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδενική**

- Αν το σώμα είναι ακίνητο, τότε παραμένει ακίνητο
- Αν κινείται υπό σταθερή ταχύτητα, συνεχίζει και κινείται έτσι

- Λέμε τότε ότι **το σώμα ισορροπεί**

# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Από τα προηγούμενα, μπορούμε λοιπόν να συμπεράνουμε ότι:
- Ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton γράφεται ως

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

- Ένα σώμα που επιταχύνει πρέπει να υπόκειται σε κάποια (συνισταμένη, μη μηδενική) δύναμη
  - Ειδιάλλως (δηλ. αν απουσιάζουν δυνάμεις ή η συνισταμένη τους είναι μηδέν), το σώμα ισορροπεί (δηλ. δεν επιταχύνει)!
- Η δύναμη είναι το αίτιο της μεταβολής της κίνησης ενός σώματος

# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Ο 1<sup>ος</sup> Νόμος του Newton μας εξηγεί τι συμβαίνει σε ένα σώμα όταν οι δυνάμεις που ασκούνται έχουν **συνισταμένη μηδέν**
- Ο 2<sup>ος</sup> Νόμος του Newton (που θα δούμε αμέσως) μας εξηγεί τι συμβαίνει όταν οι δυνάμεις που ασκούνται επάνω του **ΔΕΝ έχουν μηδενική συνισταμένη**
- Πριν τον δούμε, ας μιλήσουμε για την έννοια της **μάζας** ενός σώματος



# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Η έννοια της μάζας
- Διαφορετικά σώματα χρειάζονται διαφορετικό μέτρο δύναμης για να μεταβάλλουν την κατάσταση κίνησής τους
  - Με άλλα λόγια, αντιστέκονται περισσότερο ή λιγότερο στη μεταβολή της κίνησής τους
- Γιατί;
  - Γιατί έχουν διαφορετική **μάζα**
- Η **μάζα** είναι μια ιδιότητα ενός σώματος που **ορίζει «πόση» αντίσταση παρουσιάζει στην προσπάθεια μεταβολής της ταχύτητάς του**

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ◉ Δεύτερος Νόμος του Newton

- ◉ Σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, η **επιτάχυνση** ενός σώματος είναι
  1. **ευθέως ανάλογη** της **συνολικής δύναμης**,  $\Sigma \vec{F}$ , που ασκείται επάνω του και
  2. **αντιστρόφως ανάλογη** της **μάζας** του,  $m$

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$$

και έτσι έχουμε τη γνωστή σχέση

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Φυσικά, μπορούμε – και σε πολλές περιπτώσεις **επιβάλλεται** – να αναλύσουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο (όπως και τον 1<sup>ο</sup>) σε **συνιστώσες παράλληλες με τους άξονες του συστήματος αναφοράς μας**

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x, \quad \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y, \quad \sum \vec{F}_z = m\vec{a}_z$$

- Μπορούμε να μετατρέψουμε τις παραπάνω διανυσματικές εξισώσεις σε αλγεβρικές λαμβάνοντας υπ' όψη τη θετική φορά του εκάστοτε άξονα
  - ...όπως θα δείξουμε στο επόμενο παράδειγμα
- Μονάδα μέτρησης δύναμης στο S.I.
  - Newton (N)  $\Leftrightarrow 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ○ Παράδειγμα:

- Ένας δίσκος του hockey στον πάγο, μάζας 0.3 kg, ολισθαίνει ελεύθερα σε οριζόντια επιφάνεια πάγου. Δυο μαστούνια τη χτυπούν ταυτόχρονα, με δυνάμεις και υπό γωνίες όπως στην Εικόνα. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση της επιτάχυνσης του δίσκου.

Αναλύστε τα διανύσματα  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  σε

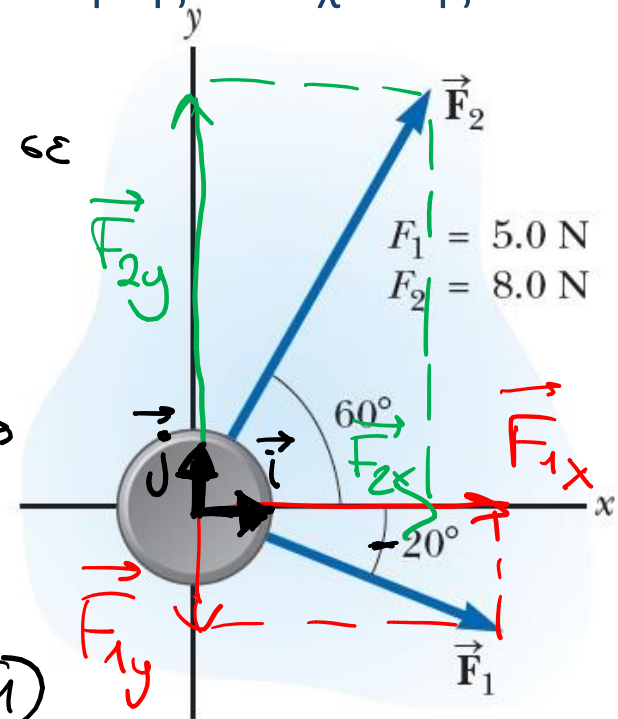
συνιστώσες:

$$\vec{F}_1 = F_{1x} \vec{i} + F_{1y} \vec{j}$$

$$= F_1 \cdot \cos(-20^\circ) \cdot \vec{i} + F_1 \cdot \sin(-20^\circ) \cdot \vec{j}$$

$$= 5 \cdot \cos(20^\circ) \cdot \vec{i} + 5(-\sin(20^\circ)) \vec{j}$$

$$= 5 \cos(20^\circ) \cdot \vec{i} - 5 \sin(20^\circ) \cdot \vec{j} \quad \text{①}$$



# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ο Παράδειγμα – Λύση:

- ο Δίσκος μάζας 0.3 kg, ολισθαίνει ελεύθερα σε οριζόντια επιφάνεια πάγου. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση της επιτάχυνσης του δίσκου.

$$\text{Επίσης, } \vec{F}_2 = \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{2y} = F_{2x} \cdot \vec{i} + F_{2y} \cdot \vec{j}$$

$$= F_2 \cdot \cos(60^\circ) \cdot \vec{i} + F_2 \sin(60^\circ) \cdot \vec{j}$$

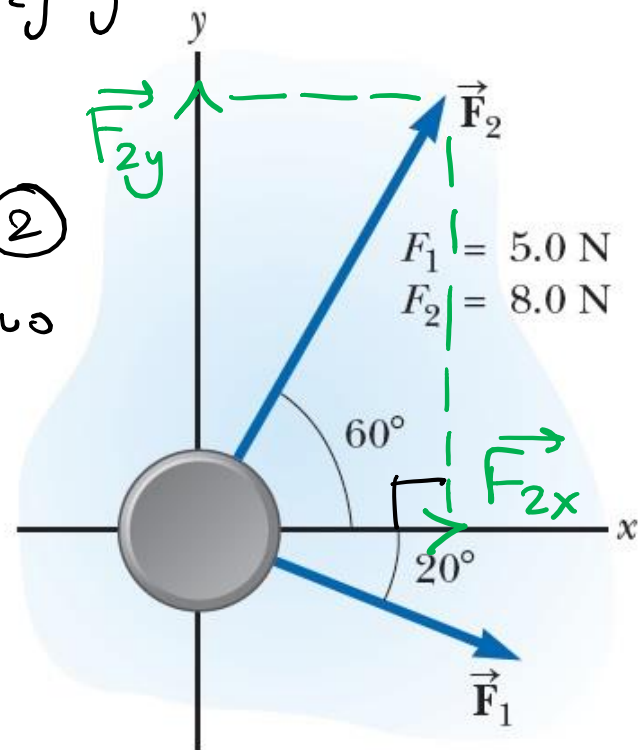
$$= 8 \cos(60^\circ) \cdot \vec{i} + 8 \sin(60^\circ) \cdot \vec{j} \quad \textcircled{2}$$

Ο δίσκος επιταχύνεται και στας δύο

άξονες:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

Άρα ισχύει ο 2ος Νόμος Newton και στας δύο άξονες!



# Οι Νόμοι της Κίνησης

## • Παράδειγμα – Λύση:

Στα  $\vec{F}_x$  έχουμε:

$$\sum \vec{F}_x = m \vec{a}_x \Leftrightarrow \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = m \vec{a}_x \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow 5 \cos(20^\circ) \cdot \vec{i} + 8 \cos(60^\circ) \cdot \vec{i} = m a_x \vec{i}$$

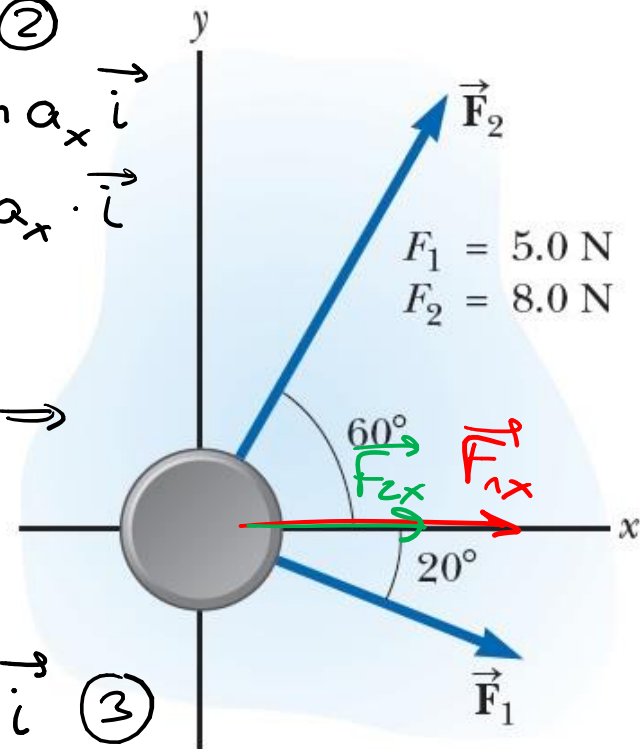
$$\textcircled{2} (5 \cos(20^\circ) + 8 \cos(60^\circ)) \cdot \vec{i} = m a_x \cdot \vec{i}$$

Άρα πρέπει

$$5 \cos(20^\circ) + 8 \cos(60^\circ) = m a_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{5 \cos(20^\circ) + 8 \cos(60^\circ)}{m}$$

$$\approx 29 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \vec{a}_x = \left(29 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{i} \quad \textcircled{3}$$





# Οι Νόμοι της Κίνησης

## • Παράδειγμα – Λύση:

Στον άξονα  $y$ :

$$\Sigma \vec{F}_y = m \vec{a}_y \Leftrightarrow \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} = m \vec{a}_y \quad \textcircled{1}$$

$$F_2 \sin(60^\circ) \vec{j} - F_1 \sin(20^\circ) \vec{j} = m a_y \vec{j} \quad \textcircled{2}$$

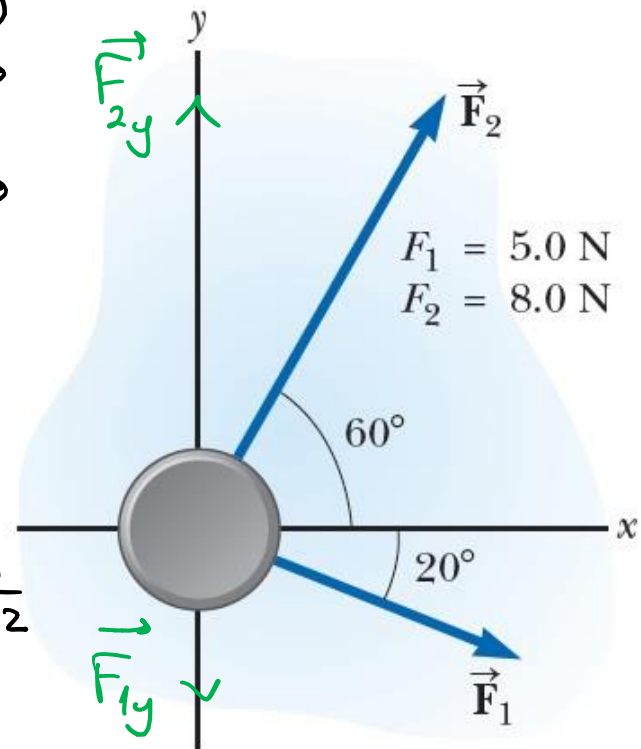
$$(F_2 \sin(60^\circ) - F_1 \sin(20^\circ)) \vec{j} = m a_y \vec{j}$$

Άρα πρέπει

$$F_2 \sin(60^\circ) - F_1 \sin(20^\circ) = m a_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_y = \frac{8 \sin(60^\circ) - 5 \sin(20^\circ)}{0.3} \approx 17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Άρα } \vec{a}_y = \left(17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{j} \quad \textcircled{4}$$



# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ◦ Παράδειγμα – Λύση:

Τελικά,

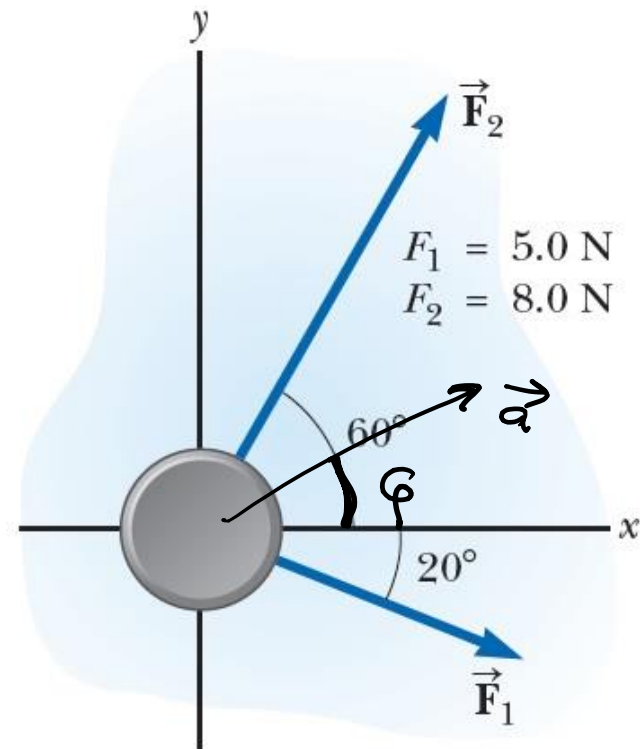
$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

$$\textcircled{3} \textcircled{5} \quad \left(29 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{i} + \left(17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{j}$$

οπότε

$$|\vec{a}| = \sqrt{29^2 + 17^2} \approx 33.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{17}{29} \approx 30^\circ$$



# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Τι μας έδειξε το προηγούμενο παράδειγμα?

- Ότι μπορούμε να:

- Γράφουμε τους νόμους του Newton ανά άξονα...

- ...στη διανυσματική μορφή τους

- ...και στη συνέχεια, επιλέγοντας θετική φορά για τους δυο άξονες, να τις μετατρέπουμε σε αλγεβρικές. Πως?

- Διανύσματα που «κοιτάζουν» προς τη **θετική φορά του** κάθε άξονα θα έχουν **θετικό πρόσημο** στις αλγεβρικές εξισώσεις

- Διανύσματα που «κοιτάζουν» **αντίθετα της θετικής φοράς** κάθε άξονα θα έχουν **αρνητικό πρόσημο** στις αλγεβρικές εξισώσεις

- Και τι θα ακολουθεί κάθε πρόσημο στις αλγεβρικές εξισώσεις?

- Το **μέτρο** του εκάστοτε διανύσματος!

# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Όλα τα σώματα έλκονται από τη Γη
  - Με άλλα λόγια, η Γη ασκεί δύναμη επάνω τους
  - Άρα, τα επιταχύνει!
- Βαρυτική επιτάχυνση  $\vec{g} = \left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{j}$
- 2<sup>ος</sup> Νόμος του Newton για αντικείμενο που πέφτει ελεύθερα (απουσία αντιστάσεων του αέρα)

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} \Leftrightarrow \vec{F}_g = m\vec{g}$$

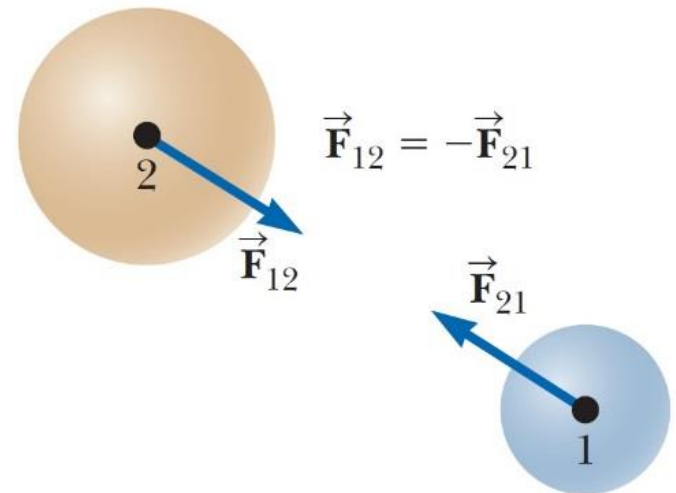
# Οι Νόμοι της Κίνησης

## Ο Τρίτος Νόμος του Newton

- Σε κάθε δράση, υπάρχει μια αντίδραση!
- Πιο τυπικά... 😊

• Αν δυο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη  $\vec{F}_{12}$  που ασκείται από το σώμα 1 στο σώμα 2 είναι ίση σε μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση στη δύναμη  $\vec{F}_{21}$ , που ασκείται από το σώμα 2 στο σώμα 1:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Οι δυνάμεις του 3<sup>ου</sup> νόμου Newton ασκούνται σε διαφορετικά σώματα!!!

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ο Τρεις Νόμοι του Newton

1. Ένα σώμα στο οποίο η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδενική, ισορροπεί (δηλ. δεν επιταχύνεται)

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

2. Ένα σώμα στο οποίο η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μη μηδενική, επιταχύνεται

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

3. Αν δυο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη  $\vec{F}_{12}$  που ασκείται από το σώμα 1 στο σώμα 2 είναι ίση σε μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση στη δύναμη  $\vec{F}_{21}$ , που ασκείται από το σώμα 2 στο σώμα 1

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



# Οι Νόμοι της Κίνησης

- **Ανάλυση** με βάση τους Τρεις Νόμους

- Δυο **νέα** μοντέλα

- Α) Όταν τα σώματα βρίσκονται σε **ισορροπία** ( $\vec{a} = \mathbf{0}$ ), και η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω τους είναι μηδενική
- Β) Όταν σώματα **επιταχύνουν** υπό την άσκηση εξωτερικών δυνάμεων ( $\vec{a} \neq \mathbf{0}$ ) και η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω τους είναι μη μηδενική

Θυμηθείτε τα μοντέλα της Κινητικής!!

**A. Κίνηση υπό σταθερή ταχύτητα**

**B. Κίνηση υπό σταθερή επιτάχυνση**

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## • Τέσσερα μοντέλα ανάλυσης της κίνησης

Σώμα σε  
ακινησία

Κίνηση υπό  
σταθερή  
ταχύτητα  
(διαδρομή A→B)

$$x_B = x_A + u_x t$$

Κίνηση υπό σταθερή επιτάχυνση  
(διαδρομή A→B)

1.  $u_{x_B} = u_{x_A} + a_x t$
2.  $u_{x,avg} = \frac{u_{x_A} + u_{x_B}}{2}$
3.  $x_B = x_A + u_{x,avg} t$
4.  $x_B = x_A + u_{x_A} t + \frac{1}{2} a_x t^2$
5.  $u_{x_B}^2 = u_{x_A}^2 + 2a_x(x_B - x_A)$

Σώμα σε  
ισορροπία

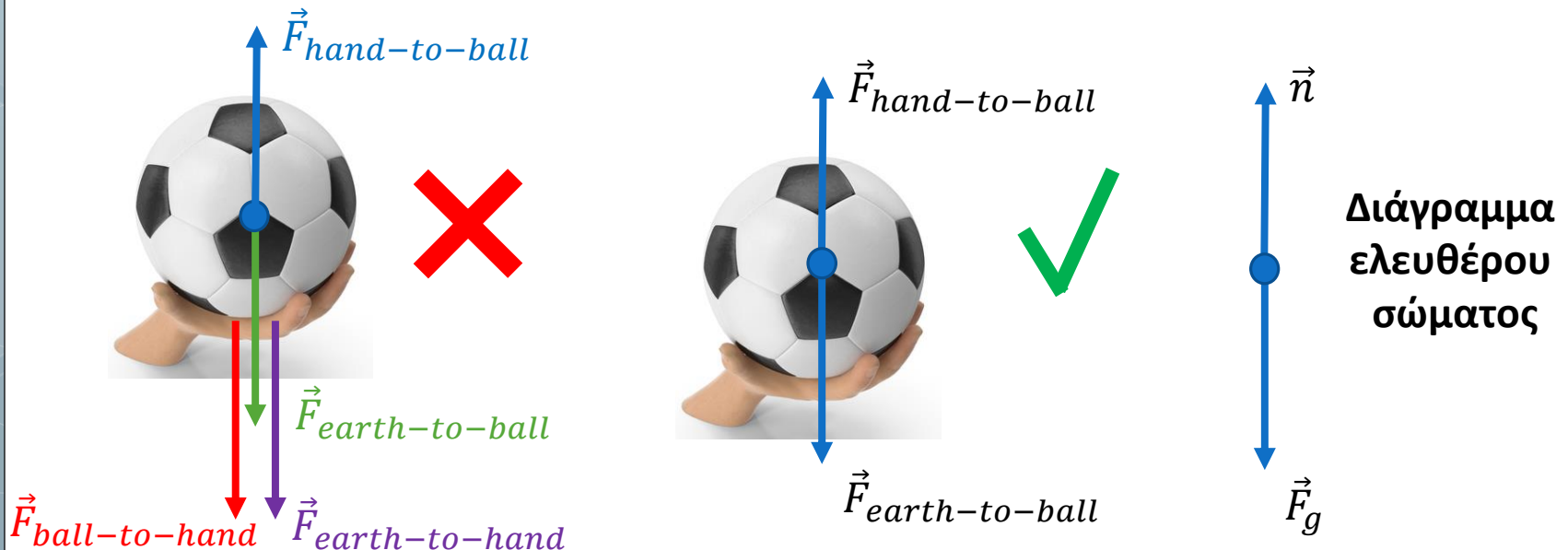
$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

Σώμα σε  
επιτάχυνση

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

# Οι Νόμοι της Κίνησης

- Πώς βρίσκουμε/σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα?
  - Κατ' αρχάς πρέπει να καταλαβαίνουμε **ΠΟΙΕΣ** είναι αυτές οι δυνάμεις
    - ...να τις διακρίνουμε δηλαδή από όποιες άλλες...
    - ...και να τις σχεδιάσουμε **πάνω στο σώμα**, θεωρώντας ότι όλες ξεκινούν από το **κέντρο του** (σαν να ήταν σωματίδιο)



# Οι Νόμοι της Κίνησης

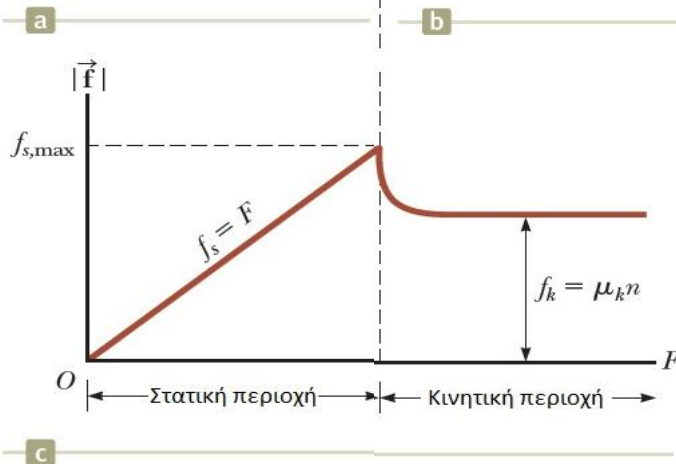
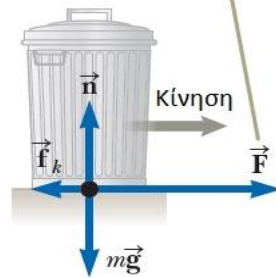
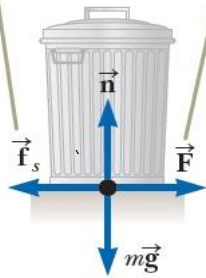
## ◉ Δυνάμεις Τριβής

- ◉ Ως τώρα, τις αγνοήσαμε
- ◉ Πολύ σημαντικές (είναι ο λόγος που περπατάμε, που τα αυτοκίνητα κινούνται, που μπορούμε να κρατήσουμε ένα μολύβι, που μπορούμε να δέσουμε τα κορδόνια μας κλπ)
- ◉ **Τριβή ονομάζουμε τη δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση ενός σώματος όταν αυτό εφάπτεται σε μια επιφάνεια**
- ◉ Πολλά είδη τριβής
  - ◉ Στατική τριβή, τριβή ολίσθησης, τριβή ρευστών, κ.α.
- ◉ Στη Κίνηση Σωμάτων, μας ενδιαφέρουν μόνο:
  - ◉ Στατική τριβή
  - ◉ Τριβή ολισθήσεως

# Οι Νόμοι της Κίνησης

Για μια μικρή δύναμη που εφαρμόζεται στον κάδο, το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής ισούται με το μέτρο της εφαρμοζόμενης δύναμης.

Όταν το μέτρο της εφαρμοζόμενης δύναμης υπερβεί το μέτρο της μέγιστης δύναμης της στατικής τριβής, ο κάδος απελευθερώνεται και επιταχύνεται προς τα δεξιά.



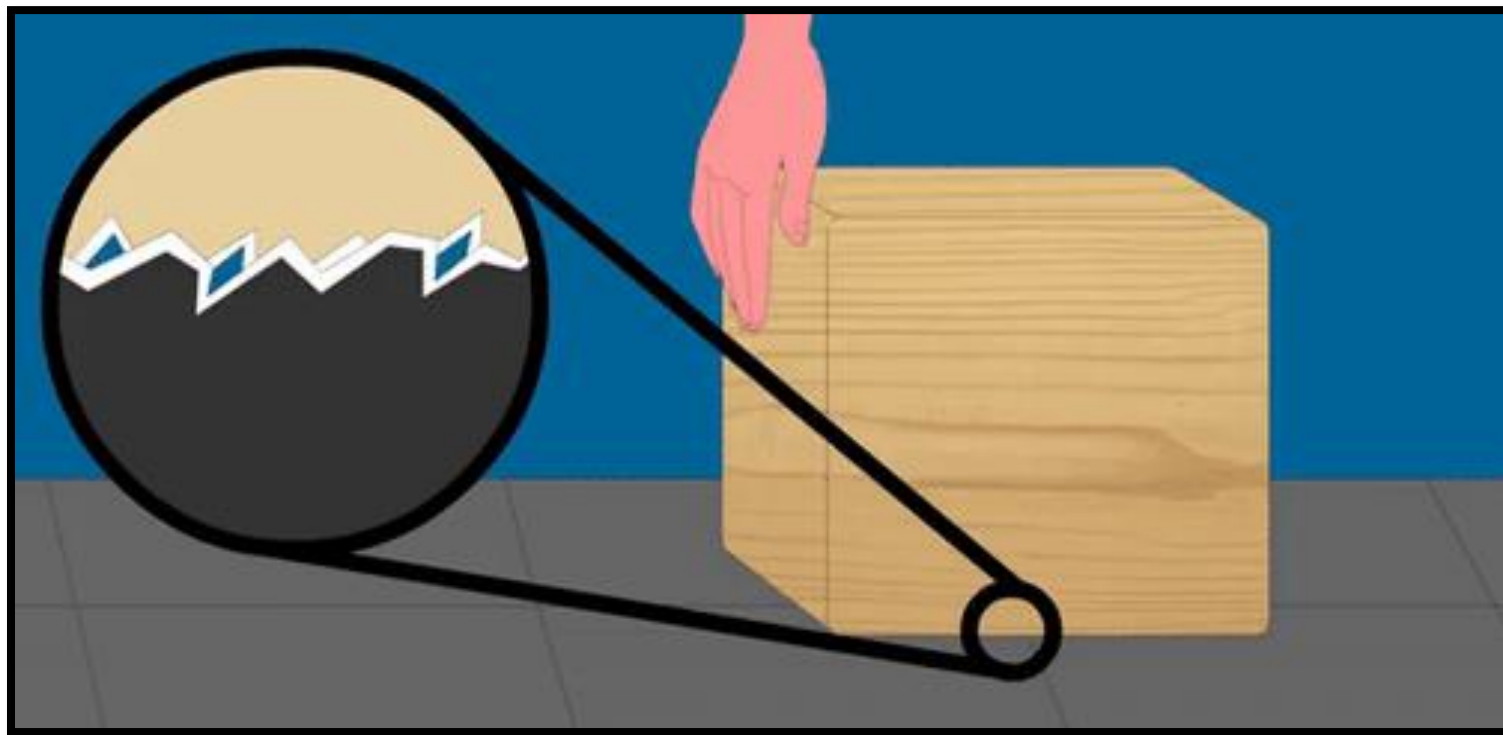
## ○ Στατική Τριβή

- Δύναμη  $\vec{f}_s$  που αντιστέκεται στην κίνηση και στη δύναμη που την προκαλεί σε ένα ακίνητο αντικείμενο

## ○ Τριβή Ολίσθησης

- Δύναμη  $\vec{f}_k$  που αντιστέκεται στην κίνηση για ένα αντικείμενο που βρίσκεται σε κίνηση

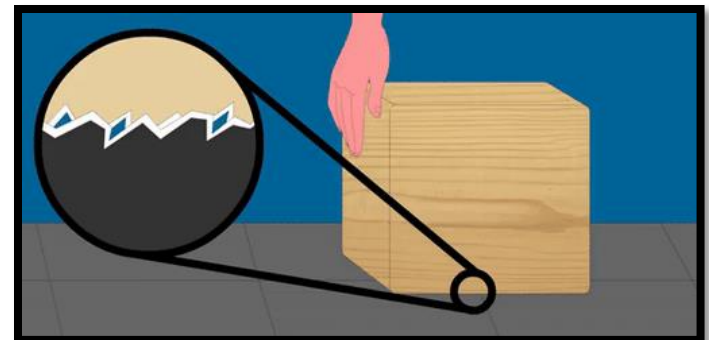
# Οι Νόμοι της Κίνησης





# Οι Νόμοι της Κίνησης

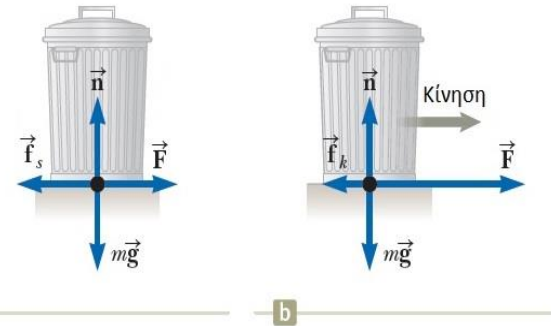
- Οι δυνάμεις τριβής είναι διαμοριακές δυνάμεις: δρουν μεταξύ των μορίων δύο επιφανειών σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή
- Σε μικροσκοπική κλίμακα, οι περισσότερες επιφάνειες είναι τραχιές
  - Ακόμη και οι επιφάνειες που φαίνονται απόλυτα λείες με γυμνό μάτι...
  - ... εμφανίζουν πολλές «προεξοχές» και «βαθουλώματα» στο μικροσκόπιο



# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ο Παρατηρήσεις

- ο Το μέτρο της δύναμης της **στατικής** τριβής  $f_s$  ανάμεσα σε δυο επιφάνειες σε επαφή μπορεί να πάρει τιμές



$$f_s \leq \mu_s n \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s n$$

όπου η σταθερά  $\mu_s$  λέγεται **συντελεστής στατικής τριβής**, και  $n$  είναι το μέτρο της δύναμης που ασκείται από την ακίνητη επιφάνεια στην προς κίνηση επιφάνεια (από το έδαφος στον κάδο)

- ο Το μέτρο της δύναμης της τριβής **ολίσθησης** ανάμεσα σε δυο επιφάνειες ισούται με

$$f_k = \mu_k n$$

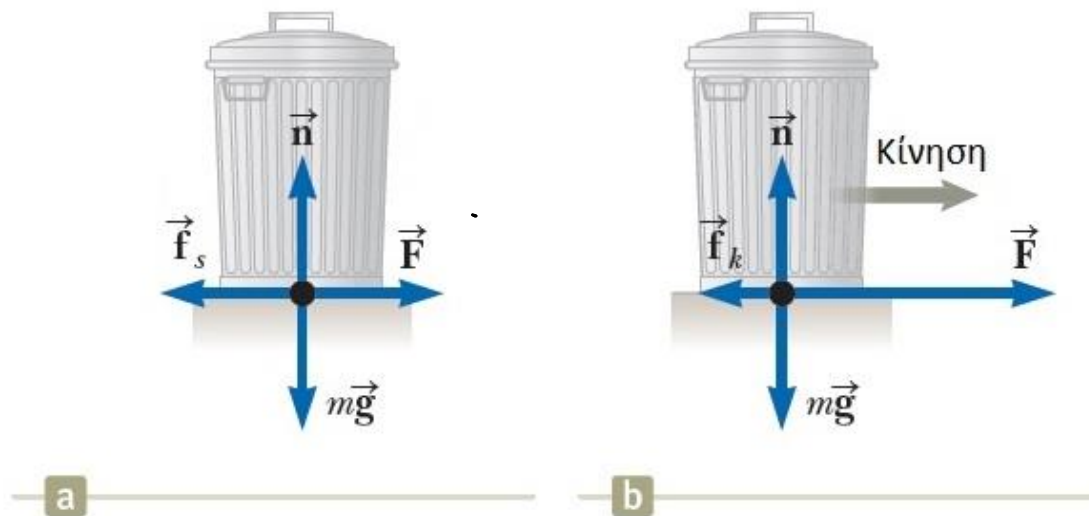
Οι εξισώσεις αυτές ΔΕΝ είναι διανυσματικές!!

όπου η σταθερά  $\mu_k$  λέγεται **συντελεστής τριβής ολίσθησης**.

- ο Οι συντελεστές αυτοί θα θεωρούνται σταθεροί

# Οι Νόμοι της Κίνησης

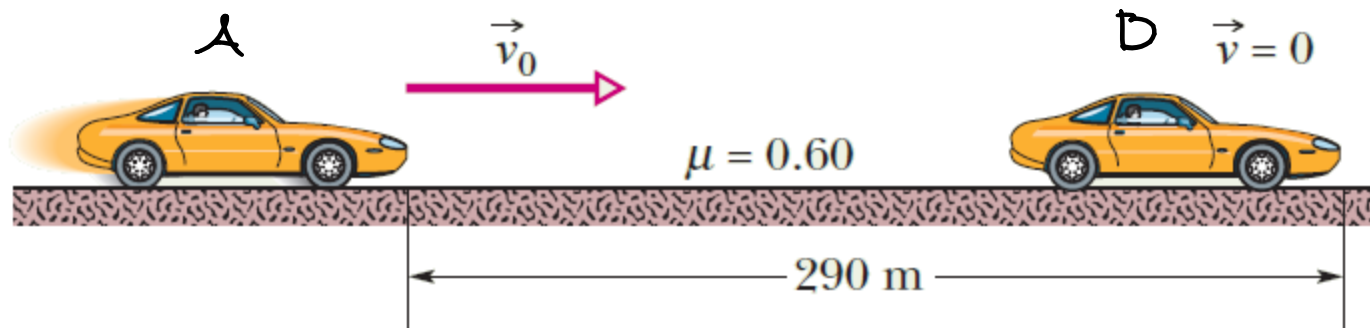
- Οι τιμές των συντελεστών εξαρτώνται από το είδος της επιφάνειας
- Η **διεύθυνση** της δύναμης τριβής είναι πάντα **παράλληλη με την επιφάνεια** στην οποία εφάπτεται το σώμα, και η **φορά** της πάντα **αντίθετη** στην κίνηση (ή στην προσπάθεια κίνησης) σε σχέση με την επιφάνεια



# Οι Νόμοι της Κίνησης

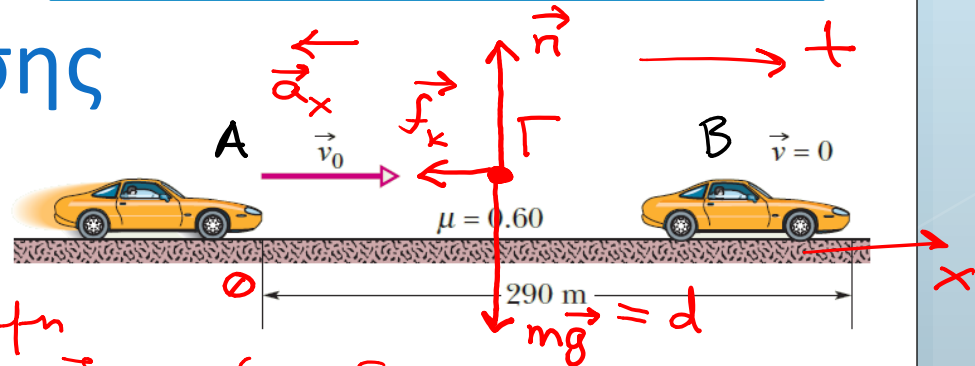
## ◉ Παράδειγμα:

- ◉ Όταν οι τροχοί ενός αυτοκινήτου «κλειδώνουν» (σταματούν να γυρίζουν) εξ' αιτίας ενός απότομου φρεναρίσματος, το αυτοκίνητο ολισθαίνει στο δρόμο και «αποτυπώνει» στο οδόστρωμα ίχνη από τα ελαστικά του. Το ρεκόρ για τα μεγαλύτερα σε μήκος ίχνη ελαστικών σε δημόσιο δρόμο έγινε το 1960 στην Αγγλία – το μήκος του ίχνους ήταν 290 μέτρα! Υποθέτοντας ότι  $\mu_k = 0.6$  μεταξύ οδοστρώματος και ελαστικών, και ότι το αυτοκίνητο επιταχυνόταν σταθερά κατά το φρενάρισμα, πόσο γρήγορα έτρεχε το αυτοκίνητο ακριβώς όταν «κλείδωσαν» οι τροχοί του;



# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ◉ Παράδειγμα – Λύση:



Το σύρμα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση, σε άξονα  $x$ . Επίσης, το σύρμα υπόκειται σε δυνάμεις, δηλ. ισχύει ο 2ος νόμος του Newton. Δουλεύουμε στη διαδρομή  $A \rightarrow B$ , θεωρούμε  $x_A = 0$ , και θεωρούμε ότι  $t_A = 0$ . Ισχύει

$$u_B^2 = u_A^2 - 2a_x \Delta x$$

$$0 = u_A^2 - 2a_x d$$

$$u_A^2 = 2a_x d \Rightarrow$$

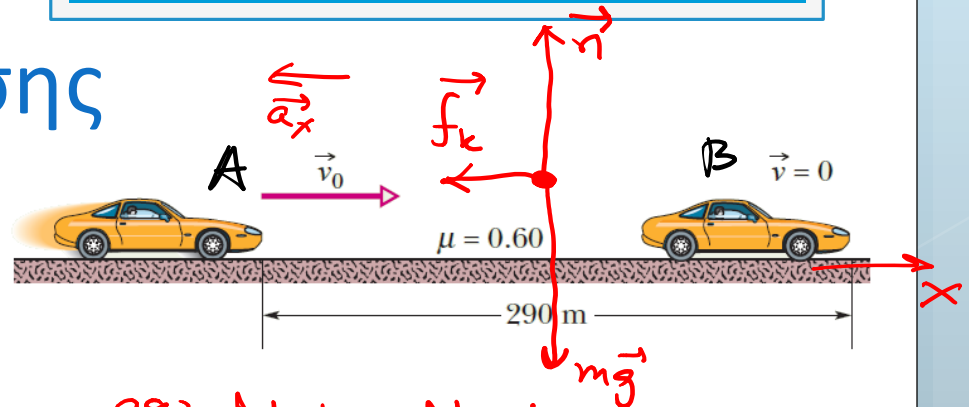
$$u_A = \pm \sqrt{2a_x d} \Rightarrow u_A = \sqrt{2a_x d} \quad (1)$$

$$x_B - x_A = d = 290 \text{ m}$$

\* με το "φείον" έχουμε ήδη λήξει υπ' όψη μας την αρνητική φορά της  $a_x$  σε σχέση με τη θετική φορά της κίνησης.

# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ◉ Παράδειγμα – Λύση:



Δε γνωρίζουμε το  $a_x$ !

Ισχύει στη διαδρομή A→B ο 2<sup>ος</sup> Νόμος Newton:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \Leftrightarrow f_k = m\vec{a}_x \Rightarrow -f_k = ma_x \Rightarrow \boxed{a_x = -\frac{f_k}{m}}$$

Επίσης ξέρουμε ότι  $\boxed{f_k = \mu_k n}$ . Στην άξονα  $y$ , το σώμα ισορροπεί, άρα ισχύει ο 1<sup>ος</sup> Νόμος Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{n} + m\vec{g} = \vec{0} \Rightarrow n - mg = 0 \Leftrightarrow \boxed{n = mg}$$

$$\text{Άρα } f_k = \mu_k mg \text{ και άρα } a_x = -\frac{\mu_k mg}{m} = -\mu_k g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a_x = -\mu_k g} \quad (2). \quad \text{Η } (1) \text{ λόγω } (2), \quad u_A = \sqrt{2\mu_k g d} \approx$$

Η  $a_x$  εδώ φαίνεται ως 1.1  $\approx 58.39 \frac{m}{s}$

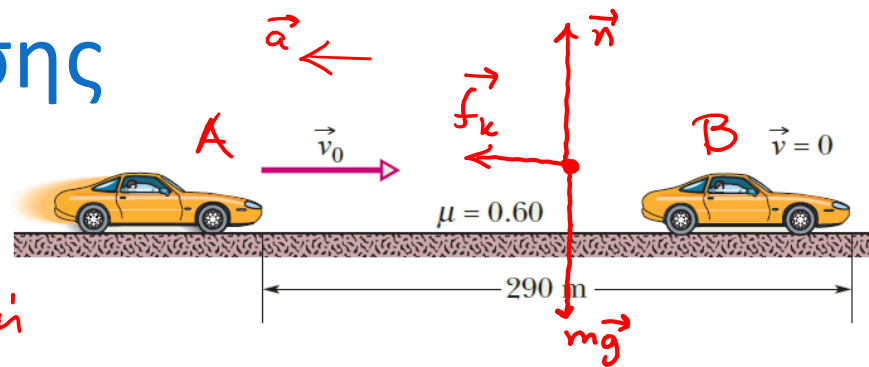
# Οι Νόμοι της Κίνησης

## ◉ Παράδειγμα – Λύση:

Σε  $\text{km/h}$ , η ταχύτητα αυτή

ισούται με  $\approx 210 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , που φαίνεται λογική ως ανέναντη για

ένα αμάξι του 1960.





Τέλος Διάλεξης

